

OSVALDO DUILIO ROSSI

AFFINAMENTO DEI RISULTATI DI NEGOZIAZIONE: AGGRESSIVITÀ E MODESTIA

1. Premessa

Per il problema che vede due soggetti (X, Y) negoziare nel tentativo di suddividere una certa somma $U(u_x, u_y)$ in funzione delle rispettive pretese minime (d_x, d_y), nel saggio intitolato *Importanza del rischio nella contrattazione* (Rossi, 2007) si era dato un metodo risolutivo che riposava sul principio di Kalai-Smorodinsky anche quando $D(d_x, d_y) \notin U$. In questa sede si dimostrerà che, quando $D \in U$, la soluzione del gioco non è necessariamente la Kalai-Smorodinsky pura, ma che esistono altre soluzioni tipo-Kalai-Smorodinsky. Ciò varrà, analogamente a quanto esposto nel citato saggio (Rossi, 2007), anche qualora $D \notin U$.

Formalizzando il problema: $G = \{U, D\}$; $D \in U$; $U = \{u_x, u_y\}$; $D(d_x, d_y)$.

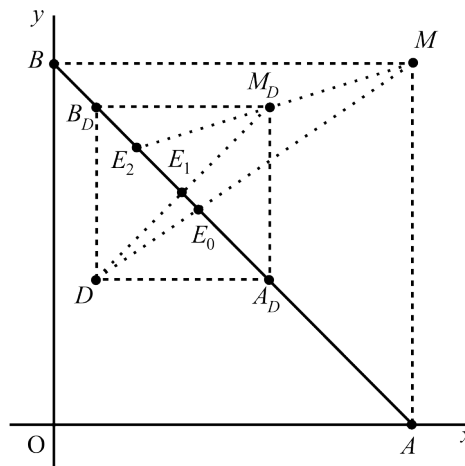


Fig. 1.
 $u_x = u_y; d_x < d_y$.

Nel grafico cartesiano che rappresenta il gioco (fig. 1) esiste un punto di disaccordo comune $D(d_x, d_y)$, al di sotto e a sinistra del quale non è possibile negoziare.

$A(x^*, 0)$ è la richiesta di X , completamente pagata da Y e, viceversa, $B(0, y^*)$ è la richiesta di Y completamente pagata da X . Il segmento AB è il vincolo di negoziazione che delimita l'insieme U delle soluzioni reali (benché subottimali poiché non ripartiscono la totalità della somma) e che individua l'insieme delle soluzioni ottimali lungo la propria estensione. Le proiezioni dei punti A e B individuano il punto $M \notin U$ di massima soddisfazione generale, che assegna risultati irreali benché desiderabili da entrambi i giocatori.

DM è il sentiero che indica i possibili accordi in grado di assecondare i mutui desideri di X e Y .

Conoscendo il reciproco disaccordo (D), i giocatori restringono lo spazio di negoziazione dall'area AOB all'area individuata dal triangolo A_DDB_D , che ha per cateti le proiezioni ortogonali del punto D sul vincolo AB e per ipotenusa il tratto A_DB_D del vincolo AB . Pertanto, X sa di non poter pretendere più di $x(A_D)$ e, identicamente, Y sa di non poter pretendere più di $y(B_D)$: se X riuscisse a ottenere una quantità $x^* > x(A_D)$, spostandosi verso destra e verso il basso sul vincolo AB , Y dovrebbe essere disposto ad accettare una quantità $y^* < y(A_D)$, cioè $y^* < d_Y$, quindi Y dovrebbe accettare una proposta contraria al proprio limite di disaccordo (d_Y); per lo stesso motivo, X non accetterà una proposta che gli assegni una quantità $x^* < x(B_D)$, cioè $x^* < d_X$, per la pretesa $y^* > y(B_D)$.

Noti questi due limiti (A_D e B_D), s'individua il punto di massima soddisfazione in funzione delle rispettive pretese, $M_D \notin U$, che assegna a entrambi i giocatori risultati inferiori a quelli pertinenti al punto di massima soddisfazione generale ($M_D < M$).

E_0 è la soluzione Kalai-Smorodinsky, individuata dall'intersezione del vincolo di scambio AB con il sentiero dei desideri DM .

E_1 è la soluzione tipo-Kalai-Smorodinsky, con M_D come massimo ponderato, in luogo di M .

E_2 è la soluzione individuata dal raffronto tra il massimo ponderato (M_D) e il massimo generale (M). Il segmento MM_D rappresenta anch'esso un sentiero dei desideri e, più specificamente, il sentiero che esprime con maggior precisione i desideri di X e Y .

Individuate tali soluzioni, lo spazio di negoziazione si restringe ulteriormente al segmento E_0E_2 del vincolo AB .

2. Aggressività e modestia

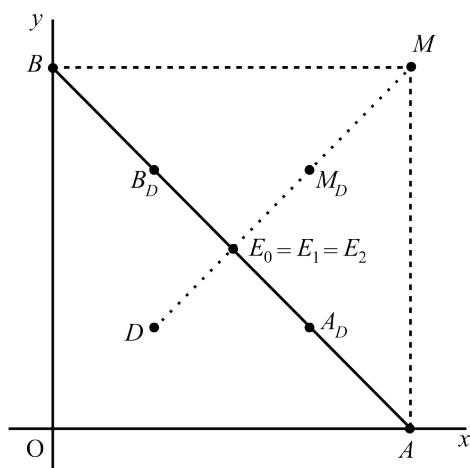


Fig. 2.
 $u_X = u_Y; d_X = d_Y$.

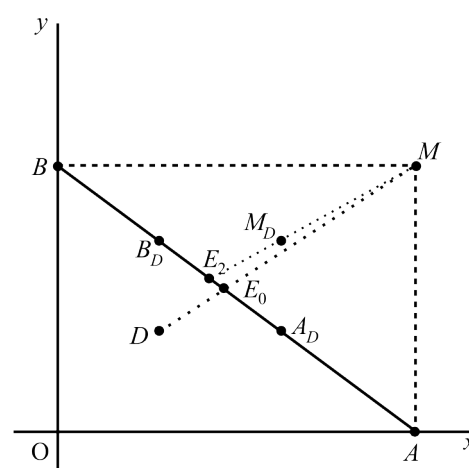


Fig. 3.
 $u_X > u_Y; d_X = d_Y$.

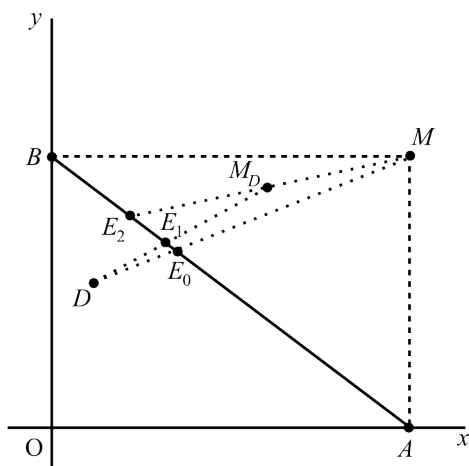


Fig. 4.
 $u_x > u_y; d_x < d_y.$

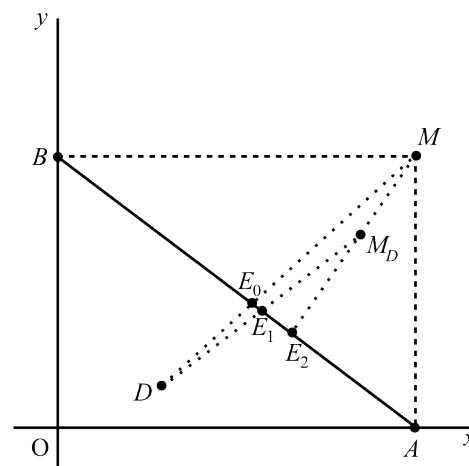


Fig. 5
 $u_x > u_y; d_x > d_y.$

La soluzione E_2 gode delle seguenti proprietà:

- per richieste identiche ($u_x = u_y$) e per identiche pretese ($d_x = d_y$) (fig. 2), coincide con la soluzione Kalai-Smorodinsky ($E_2 = E_0$);
- per richieste identiche ($u_x = u_y$), favorisce il giocatore (i) che pretende maggiormente, cioè colui il quale fissa un $d_i > d_j$ (fig. 1);
- per richieste differenti ($u_x \neq u_y$) e per pretese identiche ($d_x = d_y$), pur distribuendo la somma in parti uguali, favorisce il giocatore (i) che richiede di meno ($u_i < u_j$) – nel senso che si discosta da E_0 e da E_1 in favore di i (fig. 3);
- per richieste differenti ($u_x \neq u_y$) e per pretese differenti ($d_x \neq d_y$), favorisce il giocatore (i) che richiede di meno ($u_i < u_j$), se lo stesso è colui il quale pretende di più ($d_i > d_j$) (fig. 4);
- per richieste differenti ($u_x \neq u_y$) e per pretese differenti ($d_x \neq d_y$), favorisce il giocatore (i) che richiede di più ($u_i > u_j$), se lo stesso è colui il quale pretende di più ($d_i > d_j$) (fig. 5).

Dall'analisi di tali proprietà si evince che generalmente la soluzione E_2 privilegia il giocatore che pretende più dell'altro ($d_i > d_j$), quindi che questa soluzione premia l'aggressività. L'unica eccezione si ha quando le pretese risultano identiche ($d_x = d_y$), nel qual caso la soluzione E_2 premia il giocatore più modesto.

Per la soluzione E_2 , quindi, a parità di bisogni prevale il soggetto più aggressivo, mentre a parità di pretese risulta premiata la modestia dei bisogni individuali.

3. Dinamiche decisionali

Se i giocatori sono razionali sceglieranno la soluzione che è anche un equilibrio di Nash e, più

precisamente, la soluzione E_1 , come determinato secondo la bimatrice della fig. 6 (che rappresenta il gioco della fig. 1, con $u_X = u_Y$ e $d_X < d_Y$). Tale bimatrice rappresenta il dilemma che deve risolvere ogni giocatore per esprimere la propria preferenza tra i tre sentieri di desideri (DM, DM_D, MM_D), in funzione del vincolo AB . Nelle celle sono riportati i risultati conseguiti da entrambi i giocatori, in modo che sul versante sinistro di ogni cella sia presente il risultato di X , mentre sul destro appaia il risultato conseguito da Y . Tali risultati non indicano valori pertinenti al grafico cartesiano, ma ordini lessicografici che permettono di valutare la dominanza dei risultati (x, y) per ciascuna soluzione: $E_0(2, 0)$; $E_1(1, 1)$; $E_2(0, 2)$. Si noti che la combinazione MM (cioè il punto M) emerge solo incidentalmente e non riporta alcun risultato poiché, come già noto, $M \notin U$.

		Estremo 2	
		M	M_D
Estremo 1	D	$2^* \ 0$	$1^* \ 1^*$
	M	$// \ //$	$0 \ 2^*$

Fig. 6.

L'equilibrio di Nash indica la preferenza dei giocatori per il sentiero DM_D che interseca il vincolo AB individuando la soluzione E_1 .

Tale soluzione è confermata anche dalla teoria *minimax/maximin*, come secondo le seguenti bimatrici:

		Estremo 2		X	
		M	M_D	<i>minimax</i>	<i>maximin</i>
Estremo 1	D	$2 \ 0$	$1 \ 1$	2	1^*
	M	$// \ //$	$0 \ 2$	0^*	$//$
Y	<i>minimax</i>	0^*	2		
	<i>maximin</i>	$//$	1^*		

Fig. 7.

		Y			
		<i>minimax</i>		<i>maximin</i>	
X	<i>minimax</i>	0	0	0	1^*
	<i>maximin</i>	1^*	0	1^*	1^*

Fig. 8.

Assunti i valori del *minimax* e del *maximin* di X e Y (fig. 7) e confrontandoli nella bimatrice della

fig. 8, si individua per entrambi i giocatori l'equilibrio di Nash per *minimax/maximin* che prescrive l'adozione delle strategie corrispondenti ai rispettivi *maximin* (1, 1). Secondo la bimatrice della fig. 7, tali strategie di *maximin* individuano la soluzione DM_D , cioè, nel grafico cartesiano (fig. 1), il punto d'equilibrio E_1 .

4. Affinamento ulteriore

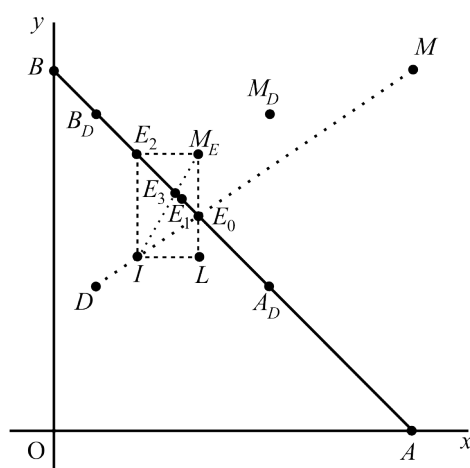


Fig. 9.

Analogamente a quanto fatto mediante le proiezioni ortogonali del punto D , le proiezioni dei punti di equilibrio E_0 ed E_2 individuano nella fig. 9 il nuovo spazio di negoziazione ILE_0E_2 . Il punto I giace sul segmento DM , invece che sulla proiezione del punto D parallela all'asse delle ascisse (con equazione $y = d_y$), poiché l'ottimizzazione del risultato, in questo modo, risulta funzionale all'orizzonte dei desideri di X e Y . L'area così individuata è di ipotetica negoziazione, ma la negoziazione reale, come già visto, avviene esclusivamente sul tratto E_0E_2 poiché pertinente al vincolo di negoziazione AB , sul quale e solo sul quale si ottimizza la distribuzione delle risorse. Il vertice I è necessario per l'individuazione del tratto IM_E , che è un ulteriore sentiero dei desideri, con orizzonte il nuovo massimo M_E relativo all'area ILE_0E_2 .

L'intersezione tra il vincolo AB e il nuovo sentiero dei desideri IM_E indica la soluzione E_3 come reale equilibrio di negoziazione che è anche un equilibrio di Nash, come dimostrato dalla bimatrice della fig. 10.

X e Y sono interessati unicamente alle soluzioni DM , DM_D , MM_D e IM_E , rispettivamente corrispondenti ai punti d'equilibrio E_0 , E_1 , E_2 ed E_3 ; ciononostante, per la costruzione della bimatrice (fig. 10) è necessario indicare anche i sentieri incidentali DM_E , IM , IM_D , MM_E e il punto M (cioè

MM).

		Estremo 2			
		<i>M</i>	<i>M_D</i>	<i>M_E</i>	
	<i>D</i>	7* 0	5 2	3	4*
Estremo 1	<i>I</i>	7* 0	6* 1	4*	3*
	<i>M</i>	// //	0 7*	1	6

Fig. 10.

La soluzione E_3 (cioè IM_E), oltre a essere un equilibrio di Nash in strategie pure, è anche la soluzione individuata dal teorema *minimax/maximin*. Infatti:

		Estremo 2			<i>X</i>	
		<i>M</i>	<i>MD</i>	<i>ME</i>	<i>minimax</i>	<i>maximin</i>
	<i>D</i>	7 0	5 2	3 4	7	3
Estremo 1	<i>I</i>	7 0	6 1	4 3	7	4*
	<i>M</i>	// //	0 7	1 6	1*	//
	<i>Y</i>	<i>minimax</i>	0*	7 6		
		<i>maximin</i>	//	1 3*		

Fig. 11.

		<i>Y</i>			
		<i>minimax</i>	<i>maximin</i>		
<i>X</i>	<i>minimax</i>	1 0	1 3*		
	<i>maximin</i>	4* 0	4* 3*		

Fig. 12.

La bimatrice della fig. 12 indica che l'equilibrio della bimatrice in fig. 11 si ha per coesistenza delle strategie *maximin* di entrambi i giocatori, cioè in IM_E e graficamente (fig. 9) in E_3 .

Questo discorso, cominciato dal paragrafo 3 (*Dinamiche decisionali*), è stato elaborato sulla configurazione di gioco per cui $u_X = u_Y$ e $d_X < d_Y$ (fig. 1), ma lo stesso metodo decisionale può essere applicato anche alle altre fattispecie (figg. 2, 3, 4 e 5).