Osvaldo Duilio Rossi

Importanza del rischio nella contrattazione

1. *Ipotesi*

In un gioco (G) statico a somma zero, due giocatori (X e Y) devono decidere come dividersi una certa somma (U) e, per farlo, devono collaborare nel tentativo di superare il reciproco disaccordo (D).

La soluzione di Kalai-Smorodinsky per questo tipo di problema prevede che $D \in U$, ma è valida anche nel caso in cui $D \notin U$.

Si procederà all'illustrazione del problema e delle sue soluzioni mediante una serie di esempi.

X pretende 5 Euro ($u_X = 5$) da Y. Inoltre, X non accetterà meno di 3 Euro ($d_X = 3$). Dal canto suo, Y non vuole pagare 5 Euro all'avversario ($u_Y = 5$), ma gliene offre 2 ($p_Y = 2$) preferendo risparmiare 3 Euro ($d_Y = u_Y – p_Y = 5–2 = 3$).

Formalizzando e facendo riferimento alla figura 1, con in ascissa i valori pretesi da *X* e in ordinata i valori pretesi da *Y*:

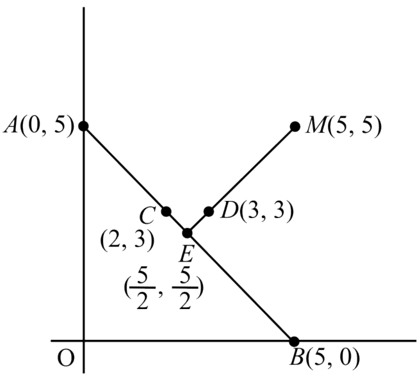

Fig. 1.

$G = \{U, D\}$; $D \notin U$; $U = \{u_X, u_Y\}$; $D(d_X, d_Y)$;

$u_X = 5$; $d_X = 3$;

$u_Y = 5$; $p_Y = 2$; $d_Y = u_Y – p_Y = 5–2 = 3$;

M(5, 5) è il punto di massima soddisfazione per entrambi i giocatori, ovviamente irraggiungibile poiché i giocatori non possono ottenere entrambi 5 Euro ($M \notin U$);

D(3, 3) è il punto di disaccordo comune, a sinistra e al di sotto del quale i giocatori non sono disposti a scambiare;

AB è il vincolo che individua tutte le possibili distribuzioni della somma comprese tra *A*(0, 5), dove *X* non ottiene niente perché *Y* non paga i 5 Euro, e *B*(5, 0), dove *X* ottiene i 5 Euro pagati da *Y*. Il vincolo *AB* ha Saggio Marginale di Sostituzione (SMS) costante poiché il gioco è a somma zero, infatti ciò che guadagna X deve necessariamente essere perso da Y. Inoltre, X accetta ogni offerta di Y (p_Y^*) tale che $d_X \leq p_Y^* \leq u_X$.

OAB è l'area di contrattazione che delimita tutti i possibili scambi. All'esterno di quest'area esistono soluzioni appetibili, come $D(3, 3)$ e $M(5, 5)$, ma irreali poiché di entità superiore alla posta in gioco (per esempio 3+3 = 6 > 5).

DM è il sentiero che indica i desideri di X e Y. Inoltre, DM giace su una retta infinita che rappresenta tutti i possibili valori di scambio tra i giocatori, ma che oltre il punto $M(5, 5)$ è irrazionale poiché i vari *payoff* eccedono il $max(u_X, u_Y)$; che nel tratto EM è razionale ma irreale poiché i vari *payoff* della retta eccedono la fronitera reale di scambio AB (infatti $EM–E \not\subset U$); e che all'interno di AB è razionale e reale poiché attribuisce risultati non eccedenti il $max(u_X, u_Y)$. Questo vettore rappresenta, quindi, le esigenze dei giocatori in funzione di un SMS costante poiché, essendo il gioco a somma zero, ciò che è guadagnato dall'uno è perso dall'altro.

Essendo il punto di disaccordo $D(3, 3)$ esterno all'area di scambio OAB:

a) se i giocatori mantengono salde le proprie pretese non ci sarà scambio, quindi si verificherà la soluzione angolare $A(0, 5)$;

b) se X modifica le proprie pretese e accetta l'offerta dell'avversario ($d_X^* = p_Y$) si scambierà in $C(2, 3)$;

c) se Y aumenta l'offerta a 3 Euro ($p_Y^* = d_X$) si scambierà in $u_i(3, 2)$, secondo i desideri di X;

d) se Y offre una qualsiasi somma $p_Y^* > d_X$ ovviamente X accetterà l'offerta;

e) se i giocatori collaborano ($d_X^* < d_X$; $d_Y^* < d_Y$) si scambierà in

$$E(\frac{5}{2},\frac{5}{2})\ .$$

Quest’ultima soluzione di equilibrio cooperativo (*E*) è individuata nel punto in cui la retta sulla quale giace il segmento *DM* interseca il vincolo *AB*, cioè quando i giocatori confrontano le reali possibilità di scambio con le reciproche preferenze.

Essendo noto che per due punti passa una sola retta ($\frac{y-y_0}{y_1-y_0}=\frac{x-x_0}{x_1-x_0}$), l’equazione del vincolo *AB*[1] è $x=5-y$ e, similmente, *D*(3, 3) e *M*(5, 5) individuano la retta[2] $x=y$.

Ponendo a sistema le due equazioni si trova il punto d’intersezione

$$E(\frac{5}{2},\frac{5}{2})\ .$$

2. *Rischio*

Se *Y* sa che, non riuscendo ad accordarsi con *X*, correre il rischio di dover pagare 8 Euro ($u_Y = 8$), pur rimanendo invariate le preferenze di entrambi i giocatori in termini di guadagno e di spesa, la situazione si modifica.

X continua a chiedere 5 Euro ($u_X = 5$) e ad accettarne non meno di 3 ($d_X = 3$). *Y*, invece, sa che rischia di perderne 8, ma continua a offrirne 2 ($p_Y = 2$).

Formalizzando:

---

1 $\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}$

2 $\frac{y-y_D}{y_M-y_D}=\frac{x-x_D}{x_M-x_D}$

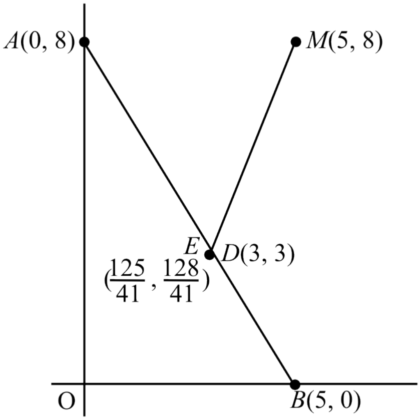

Fig. 2.

$u_X = 5$; $d_X = 3$;

$u_Y = 8$; $p_Y = 2$; $d_Y = u_X – p_Y = 5–2 = 3$, specificando che $d_Y \neq u_Y – p_Y = 8–2 = 6$ perché 8 è il rischio corso da Y, ma la reale richiesta di X è $u_X = 5$, quindi Y sottrae la propria offerta ($p_Y = 2$) alla pretesa di X ($u_X = 5$), non al rischio in cui incorre egli stesso ($u_Y = 8$);

$M(5, 8)$ è il punto di massima soddisfazione per entrambi i giocatori, ovviamente irraggiungibile;

$D(3, 3)$ è il punto di disaccordo comune, identico al precedente;

AB è il nuovo vincolo di scambio con equazione $x = \frac{5y - 40}{-8}$;

I punti $D(3, 3)$ e $M(5, 8)$ giacciono sulla retta $x = \frac{2y + 9}{5}$.

Ponendo a sistema le equazioni di AB e della retta dei possibili su cui giace DM si individua il nuovo equilibrio in $E(\frac{125}{41}, \frac{128}{41}) > E(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$.

3. *Minaccia*

Si ipotizzi un nuovo gioco:

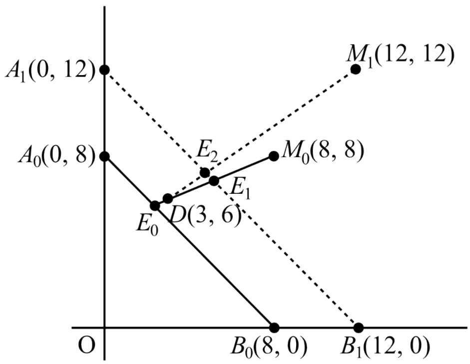

Fig. 3.

$G = \{U, D\}$; $D \notin U$; $U = \{u_X, u_Y\}$; $D(d_X, d_Y)$;

$u_X = 8$; $d_X = 3$;

$u_Y = 8$; $p_Y = 2$; $d_Y = 6$;

$M_0(8, 8)$;

$D(3, 6)$ è il disaccordo esterno al vincolo di scambio A_0B_0.

Il sistema di equazioni delle rette A_0B_0 e DM_0 (rispettivamente $y=8-x$ e $y=\frac{2x-24}{5}$) individua la soluzione d'equilibrio $E_0(\frac{16}{7},\frac{40}{7})$.

Se però Y non è disposto a collaborare, restando fermo sul proprio $d_Y = 6$ esterno al vincolo, X può minacciare, per esempio, di adire le vie legali e di far decidere a un giudice come distribuire la somma, configurando così la possibilità di pretendere e di ottenere 12 Euro. Per cui:

$u_X = 12$; $d_X = 3$;

$u_Y = 12$; $p_Y = 2$; $d_Y = 6$, specificando che $d_Y = u_Y – p_Y = 8–2 = 6 \neq 12–2$ perché l'attuale $u_X = 12$ è solo una minaccia e non un rischio concreto.

$M_0(8, 8)$ poiché $u_X = 12$ è ancora solo una minaccia;

$D(3, 6)$ è il solito disaccordo, questa volta però interno all'area di possibile scambio con frontiera A_1B_1.

Il sistema di equazioni delle rette A_1B_1 ($y = 12 - x$) e DM_0 individua la soluzione $E_1(\frac{36}{7}, \frac{48}{7})$, favorevole a X, il quale spinge in questa direzione facendo leva sulla minaccia $u_X = 12$ e sulla vecchia retta di preferenze DM_0.

Y però indica a sua volta che il ricorso a un giudice, contemplando un rischio maggiore, modifica l'orizzonte delle possibilità per entrambi i giocatori e, ponendo il nuovo $M_1(12, 12)$, individua $E_2(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$ tramite il sistema di equazioni delle rette A_1B_1 e DM_1 (con equazione $y = \frac{6x - 36}{9}$).

Ora i giocatori devono scegliere tra $E_0(\frac{16}{7}, \frac{40}{7})$, $E_1(\frac{36}{7}, \frac{48}{7})$ e $E_2(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$. Il problema risiede nel fatto che, per X, $E_1 > E_2$ ma, per Y, $E_1 < E_2$.

In forma di matrice:

		Y: DM_0		Y: DM_1	
X	$u_X = 8$	$\frac{16}{7}$	$\frac{40}{7}$ *	$\frac{12}{5}$	$\frac{28}{5}$
	$u_X = 12$	$\frac{36}{7}$ *	$\frac{48}{7}$	$\frac{24}{5}$ *	$\frac{36}{5}$ *

Fig. 4.

Per completezza d'informazione, nella cella $u_i(\frac{12}{5}, \frac{28}{5})$ sono segnati i *payoff* corrispondenti a un equilibrio che i giocatori non contemplano realmente.

L'equilibrio di Nash individua $u_i(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$ come soluzione cooperativa, cioè $E_2(\frac{24}{5}, \frac{36}{5})$. Ciò significa che a X conviene minacciare ($u_X = 12$) e che a Y conviene prendere atto di questa minaccia.

4. *Conclusioni*

Nello stadio iniziale dei giochi esaminati il disaccordo eccede sempre lo spazio di contrattazione ($D \notin U$), ma le minacce mosse dai giocatori modificano la distribuzione dei *payoff* (U) in modo che $D \in U$. Ciò perché è possibile trovare una soluzione cooperativa solo se il disaccordo sia contemplato come possibile soluzione razionale e reale, cioè come valida base di contrattazione – quando D assume valori razionali ma irreali, come nel tratto EM

della figura 1, le pretese dei giocatori sono eccessive rispetto allo stato delle cose e non esistono soluzioni realizzabili, a meno che almeno un attore non modifichi il proprio atteggiamento. In panorami simili le minacce dimostrano di essere un incentivo alla cooperazione invece che un impedimento.